



УДК 62-83: 621.313

1.7. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИМ АСИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF ELECTROMECHANICAL PROCESSES WITH ENERGY-EFFICIENT ELECTRIC INDUCTION MOTOR IN TRANSIENT CONDITIONS

Косматов Валерий Иванович, канд. техн. наук, профессор каф. «Автоматизированного электропривода и мехатроники» Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова, Россия, 355000, г. Магнитогорск, пр. Ленина 38, E-mail: anvar@magtu.ru. Тел.: 89123149605.

Толмачев Геннадий Гаврилович, канд. техн. наук, доцент каф. «Автоматизированного электропривода и мехатроники» Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова, Россия, 355000, г. Магнитогорск, пр. Ленина 38, E-mail: gen-tolm@mgn.ru, Тел.: 89049340595.

Valeri I. Kosmatov, Cand. Sc. Magnitogorsk State Technical University named Nosov, 355000, Lenin avenue, 38, Magnitogorsk, Russia, E-mail: anvar@magtu.ru Ph.: 89123149605.

Guennadi G. Tolmachev, Cand. Sc. Magnitogorsk State Technical University named Nosov, 355000, Lenin avenue, 38, Magnitogorsk, Russia, E-mail: gen-tolm@mgn.ru, Тел.: 89049340595.

Аннотация: Для энергосберегающего асинхронного электропривода с компенсационной обмоткой получена преобразованная схема замещения с эквивалентными параметрами намагничивающего контура. Показано, что при определенных значениях емкости компенсирующего конденсатора $\cos\varphi \leq 1$. Дано математическое описание динамических режимов преобразованного двигателя с использованием метода пространственных векторов. Разработанная структурная схема и модель электропривода позволяет произвести качественную и количественную оценку динамических режимов.

Abstract: For energy-efficient asynchronous electric drive with compensation winding get converted to the equivalent circuit equivalent parameters of the magnetizing circuit. It is shown that for certain values of the compensating capacitor capacitance $\cos\varphi \leq 1$. The mathematical description of dynamical regimes Engine converted using the space vector. The block diagram of the model and allows the drive to produce qualitative and quantitative assessment of dynamic modes.

Ключевые слова: Компенсированный асинхронный двигатель; метод пространственных векторов; определители; структурная схема; математическая модель; осциллограммы.

Key words: Compensated asynchronous the engine; method of space vectors; continuants; block diagram; mathematical model; oscillograms.

Для энергосберегающего асинхронного двигателя с дополнительной компенсационной обмоткой на статоре (ЭАД) справедлива Т-образная схема замещения, представленная на рис 1.

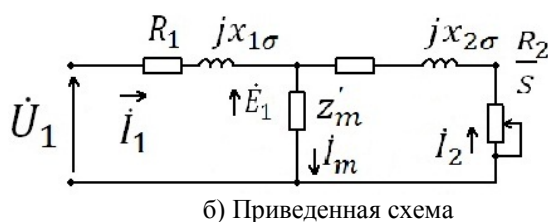
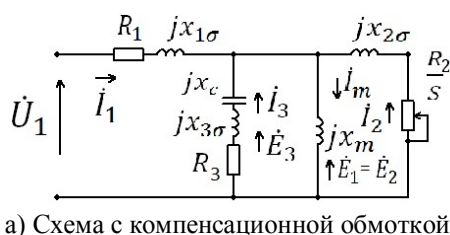


Рис.1. Т-образная схема замещения ЭАД

1. Электрические двигатели для регулируемых электроприводов переменного тока

В соответствии с рис.1(а) математическое описание установившегося режима работы ЭАД записывается в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + jx_1)\dot{I}_1 + jx_m\dot{I}_2 + jx_m\dot{I}_3; \\ 0 = jx_m\dot{I}_1 + \left(\frac{R_2}{s} + jx_2\right)\dot{I}_2 + jx_m\dot{I}_3; \\ 0 = jx_m\dot{I}_1 + jx_m\dot{I}_2 + [R_3 - j(x_3 - x_c)]\dot{I}_3; \\ \dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3. \end{cases} \quad (1)$$

В этой системе уравнений компенсационная и роторная обмотки приведены к рабочей обмотке статора.

Объединяющей три обмотки двигателя является намагничивающая ветвь x_m , а ток намагничивания определяется как геометрическая сумма токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$. Вполне очевидно, что действующее значение тока намагничивания при $\dot{U}_1 = const$ практически не зависит от параметров компенсационной обмотки (сопротивления x_c), и это доказано расчетами в [1,2]. При этом вектор тока статора \dot{I}_1 либо отстаёт ($\varphi_1 > 0$), либо опережает ($\varphi_1 < 0$) вектор напряжения \dot{U}_1 на рабочей обмотке статора.

В [3] дано математическое описание электромагнитных процессов в переходных режимах ЭАД с тремя обмотками, чему соответствует схема замещения Рис.1. Получены 9 уравнений равновесия по второму закону Кирхгофа и девять уравнений для потокоцеплений.

С целью сокращения количества уравнений, записанных для мгновенных значений напряжений, токов и потокоцеплений, предлагается объединить компенсационную обмотку ($x_c, R_3, x_{3\sigma}$) с намагничивающей ветвью (x_m). В этом случае новое сопротивление намагничивающей ветви определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} z'_m &= \frac{[R_3 + j(x_{3\sigma} - x_c)]jx_m}{jx_m + R_3 + j(x_{3\sigma} - x_c)} = \\ &= \frac{R_3 x_m^2}{R_3^2 + (x_3 - x_c)^2} + \\ &+ j \frac{x_m [R_3^2 + (x_{3\sigma} - x_c)(x_3 - x_c)]}{R_3^2 + (x_3 - x_c)^2} = \\ &= R'_m + X'_m \end{aligned} \quad (2)$$

В формуле (2) новые значения параметров намагничивающей ветви:

R'_m - активное сопротивление;

X'_m - реактивное сопротивление;

R_3 - активное сопротивление компенсационной обмотки, Ом;

$x_{3\sigma}$ - сопротивление рассеяния компенсационной обмотки, Ом;

$x_3 = x_m + x_{\sigma 1}$ - индуктивное сопротивление компенсационной обмотки, Ом;

$x_c = \frac{10^6}{\omega_{0эл} C}$ - емкостное сопротивление, Ом;

C - емкость конденсатора фазы компенсационной обмотки, мкФ.

Затем необходимо получить систему уравнений, описывающих электромагнитные процессы в

переходных режимах электропривода, структурную схему и провести экспериментальные исследования динамики на разработанной модели.

При токе $\dot{I}_2 = 0$ (идеальный холостой ход ЭАД) ток статора определится (рис. 1.б)

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{(R_1 + R'_m) + j(x_{1\sigma} + x'_m)}.$$

После разделения на действительную и мнимую части имеем:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1(R_1 + R'_m)}{(R_1 + R'_m)^2 + (x_{1\sigma} + x'_m)^2} - \\ &- j \frac{\dot{U}_1(x_{1\sigma} + x'_m)}{(R_1 + R'_m)^2 + (x_{1\sigma} + x'_m)^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Как видно из формулы (3), величина тока статора и угол сдвига φ_1 между векторами напряжения \dot{U}_1 и тока \dot{I}_1 определяются величиной ёмкостного сопротивления X_c .

Из формулы (3) можно определить угол сдвига тока статора \dot{I}_1 относительно вектора напряжения сети \dot{U}_1

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_{1\sigma} + x'_m}{R_1 + R'_m}.$$

При $x'_m < 0$ и $|x'_m| > x_{1\sigma}$ реактивная мощность поступает от двигателя в сеть, а при $x'_m > 0$ - реактивная энергия поступает в двигатель из сети. Для математического описания динамических режимов асинхронного электропривода с энергосберегающим двигателем воспользуемся системой уравнений, описывающих электромагнитные процессы в традиционном двигателе (ТАД) [4], но с учетом вышеприведенных преобразований:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + \frac{d\psi_1}{dt} + j\omega_{0эл} \dot{\psi}_1; \\ 0 = R_2 \dot{I}_2 + \frac{d\psi_2}{dt} + j\omega_p \dot{\psi}_1; \\ \dot{\psi}_1 = L_1 \dot{I}_1 + L'_m \dot{I}_2; \\ \dot{\psi}_2 = L'_m \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2, \end{cases} \quad (4)$$

где $L_1 = L'_m + L_{1\sigma}$; $L_2 = L'_m + L_{2\sigma}$ - индуктивности статора и ротора преобразованного двигателя;

$\omega_{0эл} = 2\pi f_1$ - угловая частота напряжения питания (сети), эл.рад/с;

$\omega_p = \omega_{0эл} - P_n \omega$ - частота роторной ЭДС;

ω - угловая скорость вращения ротора в физическом пространстве, рад/с;

$P_n \omega$ - угловая скорость ротора в электрическом пространстве, эл.рад/с;

$L'_m = \frac{x'_m}{\omega_{0эл}}$ - индуктивность намагничивающей ветви, Гн.

В зависимости от величины x_c индуктивность L'_m может принимать как отрицательные, так и положительные значения.

Выразим токи \dot{I}_1, \dot{I}_2 через потокоцепления, используя метод определителей Крамера:

1. Электрические двигатели для регулируемых электроприводов переменного тока

$$\Delta = \begin{vmatrix} L_1 L'_m \\ L'_m L_2 \end{vmatrix} = L_1 L_2 - L_m'^2;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \dot{\Psi}_1 L'_m \\ \dot{\Psi}_2 L_2 \end{vmatrix} = \dot{\Psi}_1 L_2 - \dot{\Psi}_2 L'_m;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} L_1 \dot{\Psi}_1 \\ L'_m \dot{\Psi}_2 \end{vmatrix} = L_1 \dot{\Psi}_2 - \dot{\Psi}_1 L'_m$$

Тогда токи статора и ротора определяются следующим образом:

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\dot{\Psi}_1 L_2 - \dot{\Psi}_2 L'_m}{L_1 L_2 - L_m'^2} = \frac{L_2}{L_1 L_2 - L_m'^2} \left(\dot{\Psi}_1 - \frac{L'_m}{L_2} \dot{\Psi}_2 \right);$$

$$i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\dot{\Psi}_2 L_1 - \dot{\Psi}_1 L'_m}{L_1 L_2 - L_m'^2} = \frac{L_1}{L_1 L_2 - L_m'^2} \left(\dot{\Psi}_2 - \frac{L'_m}{L_1} \dot{\Psi}_1 \right). \quad (5)$$

Или с учетом, что

$$1 - \frac{L_m'^2}{L_1 L_2} = \sigma; K_1 = \frac{L'_m}{L_1}; K_2 = \frac{L'_m}{L_2},$$

имеем

$$\begin{cases} \dot{i}_1 = \frac{1}{\sigma L_1} (\dot{\Psi}_1 - K_1 \dot{\Psi}_2); \\ \dot{i}_2 = \frac{1}{\sigma L_2} (\dot{\Psi}_2 - K_1 \dot{\Psi}_1). \end{cases} \quad (5)$$

После подстановки (5) в (4) получим:

$$\begin{cases} P \dot{\Psi}_1 = \dot{U}_1 - \frac{1}{\sigma T_1} \dot{\Psi}_1 + \frac{K_2}{\sigma T_1} \dot{\Psi}_2 - j \omega_{0\text{эл}} \dot{\Psi}_1; \\ P \dot{\Psi}_2 = 0 - \frac{1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_2 + \frac{K_1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_1 - j \omega_p \dot{\Psi}_2; \\ \dot{i}_1 = \frac{1}{\sigma L_1} (\dot{\Psi}_1 - K_1 \dot{\Psi}_2); \\ \dot{i}_2 = \frac{1}{\sigma L_2} (\dot{\Psi}_2 - K_1 \dot{\Psi}_1), \end{cases} \quad (6)$$

где $T_1 = \frac{L_1}{R_1}; T_2 = \frac{L_2}{R_2}; 1 - \frac{L_m'^2}{L_1 L_2} = \sigma; K_1 = \frac{L'_m}{L_1}; K_2 = \frac{L'_m}{L_2}.$

Подставим в формулы системы уравнений (6) выражения для пространственных векторов через их проекции на оси координат α - β , разделим вещественные и мнимые части равенств, учтем выражение для электромагнитного момента $M_{\text{эм}}$ и уравнение движения электропривода, получим систему уравнений для построения структурной схемы:

$$\begin{cases} P \dot{\Psi}_{1\alpha} = K_{1\alpha} - \frac{1}{\sigma T_1} \dot{\Psi}_{1\alpha} + \omega_{0\text{эл}} \dot{\Psi}_{1\alpha} + \frac{K_2}{\sigma T_1} \dot{\Psi}_{2\alpha} \\ P \dot{\Psi}_{1\beta} = 0 - \omega_{0\text{эл}} \dot{\Psi}_{1\alpha} - \frac{1}{\sigma T_1} \dot{\Psi}_{1\beta} + \frac{K_1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_{2\beta}; \\ P \dot{\Psi}_{2\alpha} = \frac{K_1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_{2\alpha} + \omega_p \dot{\Psi}_{2\beta} - \frac{1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_{2\alpha}; \\ P \dot{\Psi}_{2\beta} = \frac{K_1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_{1\beta} - \omega_p \dot{\Psi}_{2\alpha} - \frac{1}{\sigma T_2} \dot{\Psi}_{2\beta}; \\ \dot{i}_{1\alpha} = \frac{1}{\sigma L_1} (\dot{\Psi}_{1\alpha} - K_1 \dot{\Psi}_{2\alpha}); \\ \dot{i}_{1\beta} = \frac{1}{\sigma L_1} (\dot{\Psi}_{1\beta} - K_1 \dot{\Psi}_{2\beta}); \\ \dot{i}_{2\alpha} = \frac{1}{\sigma L_2} (\dot{\Psi}_{2\alpha} - K_1 \dot{\Psi}_{1\alpha}); \\ \dot{i}_{2\beta} = \frac{1}{\sigma L_2} (\dot{\Psi}_{2\beta} - K_1 \dot{\Psi}_{1\beta}); \\ M = \frac{3}{2} P_n \frac{K_1}{\sigma L_2} (\dot{\Psi}_{2\alpha} \dot{\Psi}_{1\beta} - \dot{\Psi}_{1\alpha} \dot{\Psi}_{2\beta}); \\ p\omega = \frac{1}{J} (M_{\text{эм}} - M_c); \\ \omega_p = \omega_{0\text{эл}} - P_n \omega. \end{cases} \quad (7)$$

Значения модулей векторов токов и потокоцеплений статора и ротора можно рассчитать по формулам:

$$I_{1m} = \sqrt{i_{1\alpha}^2 + i_{1\beta}^2}; I_{2m} = \sqrt{i_{2\alpha}^2 + i_{2\beta}^2};$$

$$\Psi_{1m} = \sqrt{\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2}; \Psi_{2m} = \sqrt{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2},$$

а действующее значение токов по формулам

$$i_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}; i_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}.$$

Структурная схема асинхронного электропривода с энергосберегающим двигателем в соответствии с (7) представлена на рис.2

Например, для ЭАД, реконструированного на базе двигателя 4A225M4Y3 со следующими параметрами: $P_n = 55$ кВт, $U_{1\phi} = 220$ В, $I_{1н} = 100,1$ А, $n_0 = 1500$ об/мин, $R_1 = 0,055$ Ом, $R_2 = 0,065$ Ом, $R_3 = 0,042$ Ом, $x_{1\sigma} = 0,1$ Ом, $x_{2\sigma} = 0,16$ Ом, $x_{3\sigma} = 0,08$ Ом, $x_m = 20,57$ Ом, $x_1 = 20,67$ Ом, $x_2 = 20,73$ Ом, $x_3 = 20,65$ Ом рассчитаны параметры преобразованной схемы замещения (рис.1, б) при $x_c = 10$ Ом, 20 Ом, 30 Ом. Данные расчета сведены в таблицу 1.

Таблица 1.

Расчетные параметры преобразованной схемы замещения

$x_c, \text{Ом}$	$R'_m, \text{Ом}$	$x'_m, \text{Ом}$	$i_1, \text{А}$	$\cos \varphi_1$	φ_1	Примечание
10	0,1567	-19,16	0,128+j11,54	0,011	<0	
20	41,89	-627,7	0,0233+j0,349	0,0666	<0	*Реактивная мощность поступает в сеть от двигателя
30	0,2033	65,78	0,01243-j3,34	0,0372	>0	*Реактивная мощность поступает из сети к двигателю

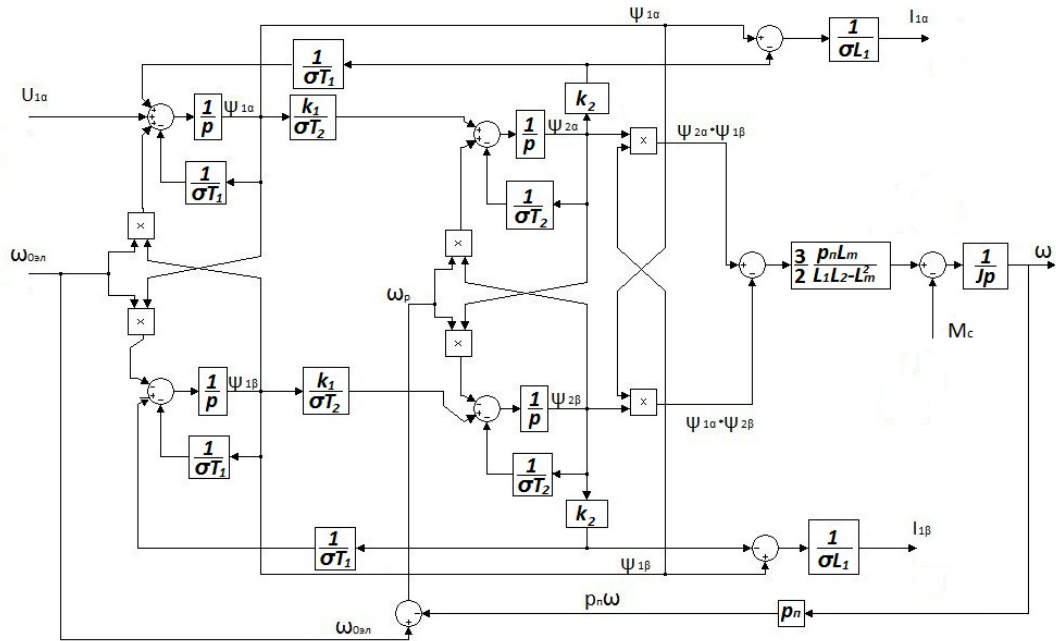


Рис.2. Структурная схема асинхронного электропривода с энергосберегающим двигателем

Для асинхронного электропривода с энергосберегающим двигателем с преобразованной схемой замещения рассчитаны параметры структурной схемы рис.2 при $x_c = 10$ и 20 Ом, которые представлены в таблице 2.

Таблица 2
Расчетные параметры структурной схемы

$x_c, \text{Ом}$	10	20
$x'_m, \text{Ом}$	-19,16	-627,69
$L'_m, \text{Гн}$	-0,061	-1,999012
$L_1, \text{Гн}$	-0,0607	-1,998694
$L_2, \text{Гн}$	-0,0605	-1,998503
K_1	1,0049	1,0001591
K_2	1,0082	1,0002546
σ	-0,0132	-0,0004137
$T_1, \text{с}$	-1,03	-36,33989
$T_2, \text{с}$	-0,93	-30,7462
$J, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	1,02	1,02
$\frac{3}{2} p_n \frac{L'_m}{L_1 L_2 - L_m^2}$	3775	3628

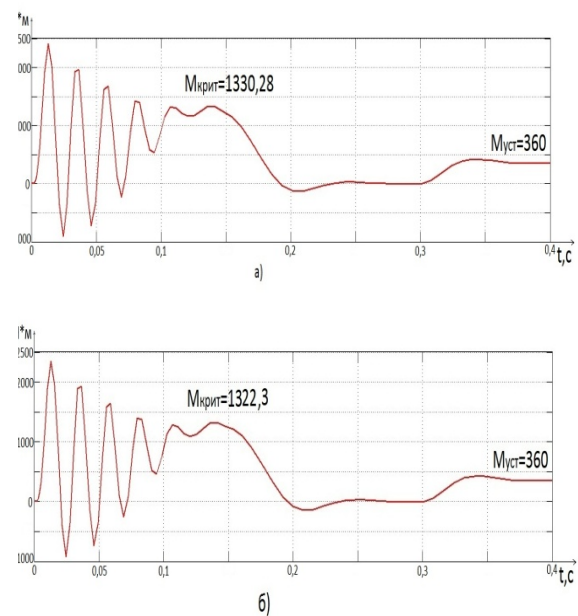


Рис 3. Зависимость $M=f(t)$ а) $x_c = 10 \text{ Ом}$; б) $x_c = 20 \text{ Ом}$

На рис. 3-4 представлены переходные процессы в электроприводе с энергосберегающим двигателем в режимах прямого пуска и наброса нагрузки при $x_c = 10 \text{ Ом}$ и $x_c = 20 \text{ Ом}$.

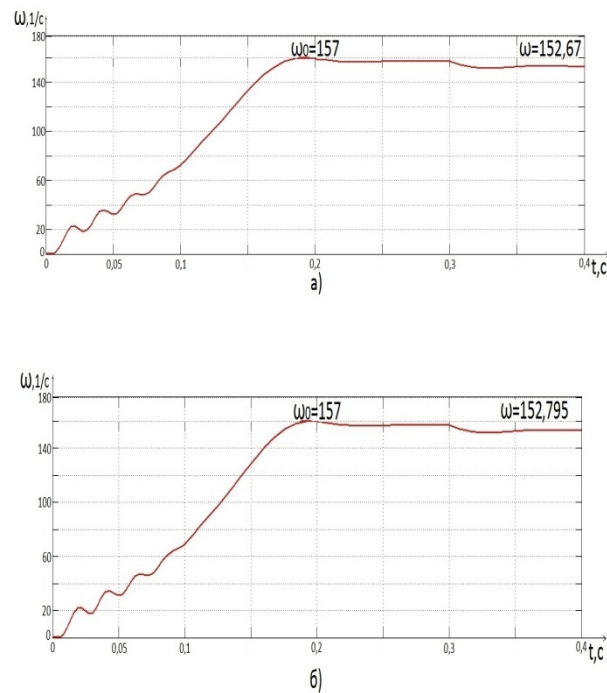


Рис 4. Зависимость $\omega=f(t)$ а) $x_c = 10 \text{ Ом}$; б) $x_c = 20 \text{ Ом}$

Таблица 3
Расчетные данные переходных процессов

№ п/п	Наименование	$x_c = 10 \text{ Ом}$	$x_c = 20 \text{ Ом}$
Пуск			
1	Время пуска t_n, c	0,2	0,2
2	Максимальный пусковой момент $M_{n \max}, H * м$	2890	2785
3	Критический момент $M_k, H * м$	1330	1322
Наброс нагрузки			
4	Момент статической нагрузки $M_c = M_n, H * м$	360	360
5	Номинальное скольжение S_n	0,2758	0,2678
6	Вектор тока статора $\vec{I}_1 = i_{1\alpha} + j i_{1\beta}, A$	128+j2,5	124-j12,5
7	Действующее значение тока статора $I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{i_{1\alpha}^2 + i_{1\beta}^2}, A$	90,8	88,39
8	$\cos \varphi_1 = \arctg \frac{i_{1\beta}}{i_{1\alpha}}$	0,9998; $\varphi_1 < 0$	0,9949; $\varphi_1 > 0$
9	Вектор тока ротора $\vec{I}_2 = i_{2\alpha} + j i_{2\beta}, A$	- 126,5+j13	- 124+j13
10	Действующее значение тока ротора $I_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{i_{2\alpha}^2 + i_{2\beta}^2}, A$	90,2	88,42
11	$\cos \varphi_2 = \arctg \frac{i_{2\beta}}{i_{2\alpha}}$	0,9947	0,9945

ВЫВОДЫ:

1. Преобразованная система уравнений, описывающая электромагнитные процессы, позволяет упростить математическое описание динамических режимов в асинхронном электроприводе с энергосберегающим двигателем. Сравнительная оценка переходных процессов в преобразованной структурной схеме и в действительной схеме показала высокую сходимость процессов.

2. Результаты расчета динамических и стационарных режимов работы асинхронного электропривода с энергосберегающим двигателем доказали, что величина ёмкости конденсаторов компенсационной обмотки (x_c) позволяет изменить $\cos \varphi_1$, улучшить энергетические характеристики электропривода, повысить его перегрузочную способность при практически неизменном характере переходных процессов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. Математическое описание стационарного режима работы электропривода с энергосберегающим асинхронным двигателем: / В.И. Косматов., Р.Г. Мугалимов, Е.А. Провоторов, В.В. Танич. Электротехнические системы и комплексы: Международный сб. науч. тр. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова. 2012. – Вып. 20. С.95-101.
2. Математическое описание электромагнитных процессов энергосберегающего асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в стационарных режимах работы: / В.И. Косматов, В.В.Танич, У. В. Карпова. Электротехнические системы и комплексы: Международный сб. науч. тр. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова. 2013. – Вып. 21. С.121-129.
3. Математическое описание электропривода на основе энергосберегающего асинхронного двигателя с индивидуальной компенсацией реактивной мощности Р.Г.Мугалимов, В.И.Косматов, А.Р.Мугалимова. Машиностроение: сетевой электронный журнал (Russian, Internet Journal of Industrial Engineering). 2013. №2, с. 78-89.
4. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учебник для студ. высш. учеб. заведений/ Соколовский Г.Г. - М.: Издательский центр "Академия", 2006. - 272 с

